السؤال الأول: (٥٠ درجة) **أجب عن السؤالين التاليين:**

٢٠ درجة	(i) بما أن $y=0.05$, $x=13.4$، فإن $\delta_x \le 0.05$ و $\delta_y \le 0.005$. و يكون $$z=e^{x-2y}+Cos\left(x\ y\right)\Big\vert_{(13.4,0.05)}=e^{13.4-2\times0.05}+Cos\left(13.4\times0.05\right)\approx 597196.398$$ و يكون $$\frac{\partial z}{\partial x}=e^{x-2y}-y\ Sin\left(x\ y\right)\ ,\quad \frac{\partial z}{\partial y}=-2e^{x-2y}-x\ Sin\left(x\ y\right)\Rightarrow$$ $$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right\vert_{(13.4,0.05)}=e^{13.4-2\times0.05}-0.05\ Sin\left(13.4\times0.05\right)\approx 597195.583\\ \left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right\vert_{(13.4,0.05)}=-2e^{13.4-2\times0.05}-13.4\ Sin\left(13.4\times0.05\right)\approx -1194399.549\end{cases}$$ ويعطى الخطأ المطلق في تقدير الدالة z بالعلاقة $$\delta_z \le \left.\left\vert\frac{\partial z}{\partial x}\right\vert\right\vert_{(13.4,0.05)}\times\delta_x+\left.\left\vert\frac{\partial z}{\partial y}\right\vert\right\vert_{(13.4,0.05)}\times\delta_y\approx 35831.777$$ و هو الخطأ المطلق الأعظمي المطلوب. أما الخطأ النسبي فهو $$e_z\le\frac{\delta_z}{\left\vert z\right\vert}=\frac{35831.777}{\left\vert 597196.398\right\vert}\approx 0.06$$
١٥ درجة	(ii) لنضع $x=\sqrt[3]{3}$، فيكون $x^3=3$، ويكون $x^3-3=0$. لذلك نضع $f\left(x\right)=x^3-3$ ونطبق طريقة نيوتن – رافسون التي يعطى فيها الحل التقريبي بالعلاقة $$x_n=x_{n-1}-\frac{f\left(x_{n-1}\right)}{f'\left(x_{n-1}\right)}=x_{n-1}-\frac{x_{n-1}^3-3}{3x_{n-1}^2}\quad ;\quad n\ge 1$$ حيث نضع $x_0=1$ والخطأ $\varepsilon=0.0001$.

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي

فنحصل على القيم المتتالية التالية: 0 | 1 | 1 | 1.66667 | 0.66667 2 | 1.47111 | 0.19556 3 | 1.44281 | 0.0283 4 | 1.44225 | 0.00056 وبالتالي فإن الجذر التقريبي المطلوب هو: $\sqrt[3]{3} \approx x_4 = 1.44225$.	١٥ درجة

السؤال الثاني: (٢٥ درجة)

(i) لدينا $h = 1$ و $n = 3$، وحسب طريقة أشباه المنحرفات يكون: $$S = \int_{-2}^{6} f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[y_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} y_i + y_n\right] = \frac{1}{2}\left[y_0 + 2\sum_{i=1}^{2} y_i + y_4\right]$$ $$= \frac{1}{2}\left[y_0 + 2y_1 + 2y_2 + y_4\right] = \frac{1}{2}\left[0 + 2\times 1 + 2\times 2 + 9\right] = \frac{15}{2}$$	٧ درجات
(ii) نشكل جدول الفروق التقدمية للتابع المعطى، كما يلي x | y | Δy | $\Delta^2 y$ | $\Delta^3 y$ -1 | 0 | | | | | | 1 | | | 0 | 1 | | 0 | | | | 1 | | 6 1 | 2 | | 6 | | | | 7 | | | 2 | 9 | | | |	٨ درجات

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي

٦ درجات	فتكون كثيرة حدود استيفاء نيوتن – غريغوري بالشكل $p(x)=y_0+\frac{\Delta y_0}{1!\,h}(x-x_0)+\frac{\Delta^2 y_0}{2!\,h^2}(x-x_0)(x-x_1)+\frac{\Delta^3 y_0}{3!\,h^3}(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$ $=0+1(x+1)-0(x+1)(x-0)+1(x+1)(x-0)(x-1)$ $=x^3+1$
٤ درجات	(iii) باستخدام كثيرة حدود الاستيفاء والمكاملة على مجال التكامل نجد: $S=\int_{-1}^{2}(x^3+1)dx=\left[\frac{1}{4}x^4+x\right]_{x=-1}^{x=2}=[4+2]-\left[\frac{1}{4}-1\right]=6-\left[-\frac{3}{4}\right]=\frac{27}{4}$

السؤال الثالث: (٢٥ درجة)

١٢ درجة	بملاحظة أن $\lvert f'(x)\rvert=2e^{2x}$ و أن هذه الدالة متزايدة على مجال التكامل، نستنتج أن $M=\max_{x\in[-2,-1]}\lvert f'(x)\rvert=\lvert f'(-1)\rvert=\frac{2}{e^2}$ و بالتالي نستنتج أنه حتى لا يتجاوز الخطأ المطلق المقدار 0.05، يجب أن يكون $\frac{b-a}{2}hM\le 0.05 \Rightarrow \frac{-1-(-2)}{2}h\frac{2}{e^2}\le 0.05 \Rightarrow h\le 0.05\times e^2$ وبما أن $n=\frac{b-a}{h}=\frac{-1-(-2)}{h}=\frac{1}{h}$، فإننا نستنتج أنه يجب أن يكون $n\ge\frac{1}{0.05\times e^2}\approx 2.7$. لذلك نختار العدد الصحيح الأصغر الذي يحقق المتراجحة وهو $n=3$، ويكون $h=\frac{b-a}{n}=\frac{1}{3}$.

مدرس المقرر
أ. د. محمد شعيب العلي

عميد الكلية
د. نورس الهلامي

٨ درجات	نعين نقاط الارتكاز لحساب قيمة التكامل وهي $x_0=-2 \quad , \quad x_1=x_0+h=-\frac{5}{3} \quad , \quad x_2=x_1+h=-\frac{4}{3} \quad , \quad x_3=x_2+h=-1$ ونشكل جدول بقيم دالة التكامل في نقاط الارتكاز، كما يلي

x	$x_0=-2$	$x_1=-5/3$	$x_2=-4/3$	$x_3=-1$
$y=e^{2x}$	$y_0=0.018$	$y_1=0.036$	$y_2=0.069$	$y_3=0.135$

٥ درجات	وتصبح القيمة التقريبية للتكامل المطلوب هي $S \approx h \sum_{i=0}^{3-1} y_i = h \sum_{i=0}^{2} y_i = h \left[y_0+y_1+y_2\right]$ $= \frac{1}{3}\left[0.018+0.036+0.069\right]=0.041$

انتهى سلم التصحيح (أربع صفحات)